

以下の問いに答えよ.

- (1) 正の整数 n に対して, 二項係数に関する次の等式を示せ.

$$n {}_{2n}C_n = (n+1) {}_{2n}C_{n-1}$$

また, これを用いて ${}_{2n}C_n$ は $n+1$ の倍数であることを示せ.

- (2) 正の整数 n に対して,

$$a_n = \frac{{}_{2n}C_n}{n+1}$$

とおく. このとき, $n \geq 4$ ならば $a_n > n+2$ であることを示せ.

- (3) a_n が素数となる正の整数 n をすべて求めよ.