

k を正の整数とし, $a_k = \int_0^1 x^{k-1} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx$ とおく.

- (1) a_{k+2} を a_k と k を用いて表せ.
- (2) k を限りなく大きくするとき, 数列 $\{ka_k\}$ の極限值 A を求めよ.
- (3) (2) の極限值 A に対し, k を限りなく大きくするとき, 数列

$$\{k^m a_k - k^n A\}$$

が 0 ではない値に収束する整数 m, n ($m > n \geq 1$) を求めよ. またそのときの極限值 B を求めよ.

- (4) (2) と (3) の極限值 A, B に対し, k を限りなく大きくするとき, 数列

$$\{k^p a_k - k^q A - k^r B\}$$

が 0 ではない値に収束する整数 p, q, r ($p > q > r \geq 1$) を求めよ. またそのときの極限值を求めよ.