

東京科学大学（理工学系） 2020 年 第 2 問

複素数平面上の異なる 3 点 A, B, C を複素数 α, β, γ で表す. ここで A, B, C は同一直線上にないと仮定する.

- (1) $\triangle ABC$ が正三角形となる必要十分条件は,

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$$

であることを示せ.

- (2) $\triangle ABC$ が正三角形のとき, $\triangle ABC$ の外接円上の点 P を任意にとる. このとき,

$$AP^2 + BP^2 + CP^2$$

および

$$AP^4 + BP^4 + CP^4$$

を外接円の半径 R を用いて表せ. ただし 2 点 X, Y に対し, XY とは線分 XY の長さを表す.