

東京科学大学（医学科） 2020 年 第 2 問

a を正の実数, m を実数とし, $k_1 = m + \sqrt{m^2 + 1}$, $k_2 = m - \sqrt{m^2 + 1}$ とする。さらに, C_0, C_1, C_2 を複素数平面上でそれぞれ

$$C_0 : (m + i)z + (m - i)\bar{z} + 2a = 0$$

$$C_1 : (k_1 + i)z + (k_1 - i)\bar{z} - 2ak_1^2 = 0$$

$$C_2 : (k_2 + i)z + (k_2 - i)\bar{z} - 2ak_2^2 = 0$$

を満たす点 z の集合とする。ここで, i は虚数単位, $\bar{z}$ は z と共役な複素数を表す。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) C_0, C_1, C_2 がいずれも直線であることを示せ。
- (2) C_0 と C_1 の共有点を P_1 とし, m を変化させたとき P_1 が描く曲線を F_1 とする。 F_1 はどのような曲線か。 a を用いて答えよ。
- (3) $m > 0$ のとき, C_1, C_2 と虚軸で囲まれる領域の面積を T とし, (2) の F_1 と C_1, C_2 , 虚軸で囲まれる領域の面積を S とする。 $\frac{T}{S}$ が a によらず一定であることを示し, その極限值 $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{T}{S}$ を求めよ。