

東京科学大学（理工学系） 2019 年 第 1 問

- (1) $h > 0$ とする．座標平面上の点 $O(0, 0)$ ，点 $P(h, s)$ ，点 $Q(h, t)$ に対して，三角形 OPQ の面積を S とする．ただし， $s < t$ とする．三角形 OPQ の辺 OP ， OQ ， PQ の長さをそれぞれ p ， q ， r とするとき，不等式

$$p^2 + q^2 + r^2 \geq 4\sqrt{3}S$$

が成り立つことを示せ．また，等号が成立するときの s ， t の値を求めよ．

- (2) 四面体 $ABCD$ の表面積を T ，辺 BC ， CA ， AB の長さをそれぞれ a ， b ， c とし，辺 AD ， BD ， CD の長さをそれぞれ ℓ ， m ， n とする．このとき，不等式

$$a^2 + b^2 + c^2 + \ell^2 + m^2 + n^2 \geq 2\sqrt{3}T$$

が成り立つことを示せ．また，等号が成立するのは四面体 $ABCD$ がどのような四面体のときか答えよ．