

東京科学大学（医学科） 2018 年 第 2 問

xyz 空間において、連立不等式 $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 1$ の表す領域を Q とし、原点 $O(0, 0, 0)$ を中心とする半径 r の球面を S_0 とする。さらに、点 $A(1, 1, 1)$, $B(1, -1, -1)$, $C(-1, 1, -1)$, $D(-1, -1, 1)$ を中心とし、 S_0 に外接する球面を、それぞれ S_A , S_B , S_C , S_D とする。このとき以下の各問いに答えよ。ここで、「球面 X が球面 Y に外接する」とは、 X と Y が互いにその外部にあって、1 点を共有することである。

- (1) S_A と S_B が共有点を持つとき、 r の最大値 r_1 を求めよ。
- (2) S_0 , S_A , S_B , S_C , S_D およびそれらの内部の領域の和集合と、 Q との共通部分の体積を $V(r)$ とする。区間 $r_1 \leq r \leq 1$ において、 $V(r)$ が最小となる r の値 r_2 を求めよ。ここで r_1 は (1) で求めた値とする。
- (3) S_0 と共有点を持つどんな平面も、 S_A , S_B , S_C , S_D のいずれかと共有点を持つとき、 r の最大値 r_3 を求めよ。