

xyz 空間において、点 $O(0, 0, 0)$ と点 $A(0, 0, 1)$ を結ぶ線分 OA を直径にもつ球面を σ とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) 球面 σ の方程式を求めよ。
- (2) xy 平面上にあって O と異なる点 P に対して、線分 AP と球面 σ との交点を Q とするとき、 $\overrightarrow{OQ} \perp \overrightarrow{AP}$ を示せ。
- (3) 点 $S(p, q, r)$ を、 $\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{AS} = -|\overrightarrow{OS}|^2$ を満たす、 xy 平面上にない定点とする。 σ 上の点 Q が $\overrightarrow{OS} \perp \overrightarrow{SQ}$ を満たしながら動くとき、直線 AQ と xy 平面との交点 P はどのような図形を描くか。 p, q, r を用いて答えよ。