

東京科学大学（医学科） 2016 年 第 1 問

自然数 n に対して、 n のすべての正の約数（1 と n を含む）の和を $S(n)$ とおく。例えば、 $S(9) = 1 + 3 + 9 = 13$ である。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) n が異なる素数 p と q によって $n = p^2q$ と表されるとき、 $S(n) = 2n$ を満たす n をすべて求めよ。
- (2) a を自然数とする。 $n = 2^a - 1$ が $S(n) = n + 1$ を満たすとき、 a は素数であることを示せ。
- (3) a を 2 以上の自然数とする。 $n = 2^{a-1}(2^a - 1)$ が $S(n) \leq 2n$ を満たすとき、 n の 1 の位は 6 か 8 であることを示せ。