

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = \frac{4a_n - 9}{a_n - 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める．また数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}{1 + 2 + \dots + n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(2) すべての n に対して，不等式 $b_n \leq 3 + \frac{4}{n+1}$ が成り立つことを示せ．

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ．