

n を自然数, m を $2n$ 以下の自然数とする。1 から n までの自然数が 1 つずつ記されたカードが, それぞれの数に対して 2 枚ずつ, 合計 $2n$ 枚ある。この中から, m 枚のカードを無作為に選んだとき, それらに記された数がすべて異なる確率を $P_n(m)$ と表す。ただし $P_n(1) = 1$ とする。さらに, $E_n(m) = mP_n(m)$ とおく。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $P_3(2)$, $P_3(3)$, $P_3(4)$ を求めよ。
- (2) $E_{10}(m)$ が最大となるような m を求めよ。
- (3) 自然数 n に対し, $E_n(m) > E_n(m+1)$ を満たす自然数 m の最小値を $f(n)$ とするとき, $f(n)$ を n を用いて表せ。ただし, ガウス記号 $[]$ を用いてよい。ここで, 実数 x に対して, x を超えない最大の整数を $[x]$ と表す。