

東京科学大学（医学科） 2014 年 第 3 問

a を正の実数, k を自然数とし, $x > 0$ で定義される関数

$$f(x) = \int_a^{ax} \frac{k + \sqrt[k]{u}}{ku} du$$

を考える。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の増減および凹凸を調べ, $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (2) S を正の実数とするとき, $f(p) = S$ を満たす実数 p がただ 1 つ存在することを示せ。
- (3) $b = \frac{k}{k + \sqrt[k]{a}}$ とおくとき, (2) の S, p について, 次の不等式が成立することを示せ。

$$1 + bS < p < e^{bS}$$