

2 次正方行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のうち、次の 3 条件 (i), (ii), (iii) を満たすものの全体の集合を M とする。

- (i) a, b, c, d はすべて整数
- (ii) $b + c = 0$
- (iii) $a - b - d = 0$

また E を 2 次単位行列とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) 行列 A, B がともに M の要素であるとき、それらの積 AB も M の要素であることを示せ。
- (2) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とその逆行列 A^{-1} がともに M の要素であるとき、 $ad - bc = 1$ が成立することを示せ。
- (3) 行列 A とその逆行列 A^{-1} がともに M の要素であるような A をすべて求めよ。
- (4) 自然数 n について、 M の要素であって $A^n = E$ を満たすような行列 A の全体の集合を S_n とする。 S_n の要素の個数がちょうど 3 となる n をすべて求めよ。