

自然数 n に対し

$$S_n = \int_0^1 \frac{1 - (-x)^n}{1 + x} dx$$
$$T_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k(k+1)}$$

とおく。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) 次の不等式を示せ。

$$\left| S_n - \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx \right| \leq \frac{1}{n+1}$$

(2) $T_n - 2S_n$ を n を用いて表せ。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ を求めよ。