

東京科学大学（医学科） 2011 年 第 1 問

ある硬貨を投げたとき、表と裏がそれぞれ確率 $\frac{1}{2}$ で出るとする。この硬貨を投げる操作を繰り返し行い、3 回続けて表が出たときこの操作を終了する。自然数 n に対し、操作がちょうど n 回目で終了となる確率を P_n 、操作が n 回以上繰り返される確率を Q_n とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) P_3, P_4, P_5, P_6, P_7 をそれぞれ求めよ。
- (2) Q_6, Q_7 をそれぞれ求めよ。
- (3) $n \geq 5$ のとき、 $Q_n - Q_{n-1}$ を Q_{n-4} を用いて表せ。
- (4) $n \geq 4$ のとき、 $Q_n < \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{n-3}{4}}$ が成り立つことを示せ。