

東京科学大学（医学科） 2010 年 第 2 問

座標空間において，8 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(0, 1, 1)$, $E(1, 0, 1)$, $F(1, 1, 0)$, $G(1, 1, 1)$ をとり，この 8 点を頂点とする立方体を Q とする。また点 $P(x, y, z)$ と正の実数 t に対し，6 点 $(x+t, y, z)$, $(x-t, y, z)$, $(x, y+t, z)$, $(x, y-t, z)$, $(x, y, z+t)$, $(x, y, z-t)$ を頂点する正八面体を $\alpha_t(P)$ ，その外部の領域を $\beta_t(P)$ で表す。ただし，立方体および正八面体は内部の領域も含むものとする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $0 < t \leq 1$ のとき， $Q \cap \beta_t(O) \cap \beta_t(D) \cap \beta_t(E) \cap \beta_t(F)$ の体積，すなわち 5 個の領域 Q , $\beta_t(O)$, $\beta_t(D)$, $\beta_t(E)$, $\beta_t(F)$ の共通部分の体積を t で表せ。
- (2) $Q \cap \alpha_1(O) \cap \beta_1(A) \cap \beta_1(B) \cap \beta_1(C)$ の体積を求めよ。
- (3) $0 < t \leq 1$ のとき，

$$Q \cap \beta_t(O) \cap \beta_t(A) \cap \beta_t(B) \cap \beta_t(C) \cap \beta_t(D) \cap \beta_t(E) \cap \beta_t(F) \cap \beta_t(G)$$

の体積を t で表せ。