

座標平面または座標空間において、座標成分がすべて整数である点を格子点という。以下の各問いに答えよ。

- (1) C_1 を座標平面上の半径 0.5 の円とする。 C_1 が内部に格子点を含まないとき、 C_1 の中心 (x, y) が存在しうる領域を $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$ の範囲で図示せよ。
- (2) C_2 を座標平面上の半径 0.75 の円とする。 C_2 は中心をどのような位置に移動させても必ず内部に格子点を含むことを証明せよ。
- (3) S を座標空間内の半径 r の球とする。 S は半径を変化させずに中心をどのような位置に移動させても、必ず内部に格子点を含むとする。このとき r のとりうる値の範囲を求めよ。ここで S の内部とは、 S の中心からの距離が r より小さい点全体からなる集合のことである。