

東京科学大学（理工学系） 2006 年 第 4 問

空間内の四面体 ABCD を考える。辺 AB, BC, CD, DA の中点を, それぞれ K, L, M, N とする。

- (1) $4\overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{LN} = |\overrightarrow{AC}|^2 - |\overrightarrow{BD}|^2$ を示せ。ここに $|\overrightarrow{AC}|$ はベクトル $\overrightarrow{AC}$ の長さを表す。
- (2) 四面体 ABCD のすべての面が互いに合同であるとする。このとき $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$, $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AD}|$, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ を示せ。
- (3) 辺 AC の中点を P とし, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$, $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{5}$, $|\overrightarrow{CA}| = \sqrt{6}$ とする。(2) の仮定のもとで, 四面体 PKLN の体積を求めよ。