

関数  $g(x)$  および  $f_k(x)$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を次のように定義する。

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{3}x & (|x| \leq 2 \text{ のとき}) \\ x & (|x| > 2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$f_k(x) = g(x - k) + k$$

正の整数  $k, l$  に対し、整数の組を要素とする集合  $S_k$  および  $T_{k,l}$  を次のように定義する。

$$S_k = \{ (m, n) \mid m, n \text{ は整数, } m \neq n, f_k(m) = n \}$$

$$T_{k,l} = \{ (m, n) \mid m, n \text{ は整数, } m \neq n, f_l(f_k(m)) = n \}$$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1)  $S_k = \{ (k-1, k+1), (k+1, k-1) \}$  となることを示せ。

(2)  $T_{3,4}$  を求めよ。

(3)  $T_{3,k} \neq S_3 \cup S_k$  を満たす整数  $k$  をすべて求めよ。

(4)  $T_{3,k} \neq T_{k,3}$  を満たす整数  $k$  をすべて求めよ。