

n を自然数とする。

- (1) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right)$$

- (2) 関数 $y = x(x-1)(x-2) \cdots (x-n)$ の極値を与える x の最小値を x_n とする。このとき

$$\frac{1}{x_n} = \frac{1}{1-x_n} + \frac{1}{2-x_n} + \cdots + \frac{1}{n-x_n}$$

および $0 < x_n \leq \frac{1}{2}$ を示せ。

- (3) (2) の x_n に対して、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \log n$$

を求めよ。