入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

大阪大学（理系）

対象年度： 2026 年

試験時間： 150 分

問題数： 5 問

第　1　問

座標平面において，$y = x - x^3$ で表される曲線を C とする．実数 s に対して，C 上の点 $\left(s,\ s - s^3\right)$ における C の接線を ℓ_s で表す．t を $0 < t < 1$ をみたす実数とするとき，ℓ_0 と ℓ_1 の交点を P，ℓ_0 と ℓ_t の交点を Q，ℓ_1 と ℓ_t の交点を R とし，三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする．

(1)　$S(t)$ を t の式で表せ．

(2)　実数 t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき，$S(t)$ を最大にする t の値と，$S(t)$ の最大値を求めよ．

第 2 問

空間内に 4 点 O，A，B，C があり，$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = 1$ である．また，$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{AOC} = 90^\circ$，$\angle\mathrm{BOC} = 60^\circ$ である．t を正の実数とし，点 D，E は $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = (2t+1)\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ をみたす点とする．点 P は $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = -1$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = 1$ をみたしていて，さらに 4 点 A，D，E，P は同一平面上にある．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ と t を用いて表せ.

(2) 実数 t が $t > 0$ の範囲を動くとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|$ を最小にする t の値と，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|$ の最小値を求めよ.

第 3 問

a を実数とし，複素数 z に対して

$$f(z) = \frac{(1-ai)z + (1+ai)\overline{z}}{2}$$

とする．ただし，i は虚数単位，$\overline{z}$ は z と共役な複素数である．

(1) $f(z)$ は実数であることを示せ．

(2) 実数 a に対して，$|z| = 1$ かつ

$$f(z)\{f(z) - f(i) - 2\} = -2f(i)$$

となるような複素数 z の個数を $N(a)$ とする．$N(a)$ を求めよ．

第 4 問

実数 x に対して $f(x) = e^{-x}\cos x$ とする．ただし，e は自然対数の底である．

(1) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，不等式 $1 - x \leqq f(x) \leqq 1$ が成り立つことを示せ．

(2) $0 < a \leqq \dfrac{\pi}{2}$ をみたす実数 a に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{(x+a)f(x)}{x^2+a^2}\,dx$$

とするとき，$\displaystyle\lim_{a \to +0} I(a)$ を求めよ．

第　5　問

さいころ1個を3回連続して投げ，1回目に出た目を a，2回目に出た目を b，3回目に出た目を c とする．このとき，a，b，c のなかで最大の数を m とおき，$x=\dfrac{(a+b+c)^2}{3abc}$ とおく．

(1)　$a=b=c$ であって，x が整数である確率を求めよ．

(2)　$m=6$ であって，x が整数である確率を求めよ．

(3)　m が偶数であったとき，x が整数である条件つき確率を求めよ．