

入学試験過去問題  
数学

大阪大学（理系）

対象年度：2026年

試験時間：150分

問題数：5問

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1 座標平面において、 $y = x - x^3$  で表される曲線を  $C$  とする。実数  $s$  に対して、 $C$  上の点  $(s, s - s^3)$  における  $C$  の接線を  $l_s$  で表す。  $t$  を  $0 < t < 1$  をみたす実数とするとき、 $l_0$  と  $l_1$  の交点を  $P$ 、 $l_0$  と  $l_t$  の交点を  $Q$ 、 $l_1$  と  $l_t$  の交点を  $R$  とし、三角形  $PQR$  の面積を  $S(t)$  とする。

- (1)  $S(t)$  を  $t$  の式で表せ。
- (2) 実数  $t$  が  $0 < t < 1$  の範囲を動くとき、 $S(t)$  を最大にする  $t$  の値と、 $S(t)$  の最大値を求めよ。

(配点率 20 %)

(下書き用紙)

2 空間内に 4 点  $O, A, B, C$  があり,  $OA = OB = OC = 1$  である. また,  $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$ ,  $\angle BOC = 60^\circ$  である.  $t$  を正の実数とし, 点  $D, E$  は  $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OE} = (2t + 1)\overrightarrow{OC}$  をみたす点とする. 点  $P$  は  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = -1$ ,  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 1$  をみたしていて, さらに 4 点  $A, D, E, P$  は同一平面上にある.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく.

- (1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  と  $t$  を用いて表せ.
- (2) 実数  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき,  $|\overrightarrow{AP}|$  を最小にする  $t$  の値と,  $|\overrightarrow{AP}|$  の最小値を求めよ.

(配点率 20%)

3  $a$  を実数とし, 複素数  $z$  に対して

$$f(z) = \frac{(1 - ai)z + (1 + ai)\bar{z}}{2}$$

とする. ただし,  $i$  は虚数単位,  $\bar{z}$  は  $z$  と共役な複素数である.

- (1)  $f(z)$  は実数であることを示せ.
- (2) 実数  $a$  に対して,  $|z| = 1$  かつ

$$f(z)\{f(z) - f(i) - 2\} = -2f(i)$$

となるような複素数  $z$  の個数を  $N(a)$  とする.  $N(a)$  を求めよ.

(配点率 20%)

(下書き用紙)

4 実数  $x$  に対して  $f(x) = e^{-x} \cos x$  とする. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

(1)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  のとき, 不等式  $1 - x \leq f(x) \leq 1$  が成り立つことを示せ.

(2)  $0 < a \leq \frac{\pi}{2}$  をみたす実数  $a$  に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{(x+a)f(x)}{x^2+a^2} dx$$

とすると,  $\lim_{a \rightarrow +0} I(a)$  を求めよ.

(配点率 20%)

(下書き用紙)

5 さいころ 1 個を 3 回連続して投げ、1 回目に出た目を  $a$ 、2 回目に出た目を  $b$ 、3 回目に出た目を  $c$  とする。このとき、 $a, b, c$  のなかで最大の数を  $m$  とおき、 $x = \frac{(a+b+c)^2}{3abc}$  とおく。

- (1)  $a = b = c$  であって、 $x$  が整数である確率を求めよ。
- (2)  $m = 6$  であって、 $x$  が整数である確率を求めよ。
- (3)  $m$  が偶数であったとき、 $x$  が整数である条件つき確率を求めよ。

(配点率 20 %)

