

2000 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

(理系)

〔注 意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計 10 か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文が脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 5 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算，推論等を含む）は，指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子，および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

- 1 $a > b > 0$ とする. 円 $x^2 + y^2 = a^2$ 上の点 $(b, \sqrt{a^2 - b^2})$ における接線と x 軸との交点を P とする. また, 円の外部の点 (b, c) からこの円に 2 本の接線を引き, 接点を Q, R とする. このとき, 2 点 Q, R を通る直線は P を通ることを示せ.

(配点率 20 %)

(下書き用紙)

2 xy 平面上の 16 個の点からなる集合

$$\{(x, y) \mid x = 0, 1, 2, 3, y = 0, 1, 2, 3\}$$

を考える．この集合から異なる 3 点を無作為に選ぶ試行において，次の事象の起こる確率を求めよ．

「選んだ 3 点が三角形の頂点となり，その三角形の面積は $\frac{9}{2}$ である」

(配点率 20 %)

(下書き用紙)

3 どのような負でない 2 つの整数 m と n をもちいても

$$x = 3m + 5n$$

とは表すことができない正の整数 x をすべて求めよ.

(配点率 20 %)

4 実数 x に対して, x を越えない最大の整数を $[x]$ で表す. n を正の整数とし

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{[\sqrt{2n^2 - k^2}]}{n^2}$$

とおく. このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

(配点率 20 %)

(下書き用紙)

5 立方体 X と球 Y があって、両者の体積は等しいとする．このとき、次の問いに答えよ．ただし、円周率は $\pi = 3.14\cdots$ である．

- (1) 立方体 X と球 Y を動かして、立方体 X のなるべく多くの頂点が球 Y の内部に含まれるようにしたい．最大何個の頂点が含まれるようにできるか．
- (2) 立方体 X と球 Y を動かして、立方体 X のなるべく多くの辺が球 Y の内部と共通の点を持つようにしたい．最大何個の辺が共通の点を持つようにできるか．

(配点率 20 %)

