

入学試験過去問題

数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2025 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

平面上の三角形 OAB を考える． $\angle AOB$ は鋭角， $OA = 3$ ， $OB = t$ とする．また，点 A から直線 OB に下ろした垂線と直線 OB の交点を C とし， $OC = 1$ とする．線分 AB を $2:1$ に内分する点を P ，点 A から直線 OP に下ろした垂線と直線 OB との交点を R とする．

- (1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を t を用いて表せ．
- (2) 線分 OR の長さを t を用いて表せ．
- (3) 線分 OB の中点を M とする．点 R が線分 MB 上にあるとき， t のとりうる値の範囲を求めよ．

第 2 問

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 正の整数 k, ℓ に対して

$$\frac{k}{k+\ell-1} a_{k+1} a_\ell + \frac{\ell}{k+\ell-1} a_k a_{\ell+1} = a_k a_\ell$$

が成り立つことを示せ.

(2) 正の整数 m に対して

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{m-k+1} = 1$$

が成り立つことを示せ.

第 3 問

座標平面において、 $y = x^2 - 1$ で表される放物線を C とする． C 上の点 P における C の接線を ℓ とする．ただし、点 P は y 軸上にはないものとする． O を原点とし、放物線 C と線分 OP および y 軸で囲まれた図形の面積を S 、放物線 C と接線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を T とする． $S - T$ の最大値を求めよ．