入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

大阪大学（文系）

対象年度： 2025年

試験時間： 90分

問題数： 3問

（下 書 き 用 紙）

（下 書 き 用 紙）

$\boxed{1}$　平面上の三角形 OAB を考える．∠AOB は鋭角，$\mathrm{OA} = 3$，$\mathrm{OB} = t$ とする．また，点 A から直線 OB に下ろした垂線と直線 OB の交点を C とし，$\mathrm{OC} = 1$ とする．線分 AB を 2 : 1 に内分する点を P，点 A から直線 OP に下ろした垂線と直線 OB との交点を R とする．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を t を用いて表せ．

(2) 線分 OR の長さを t を用いて表せ．

(3) 線分 OB の中点を M とする．点 R が線分 MB 上にあるとき，t のとりうる値の範囲を求めよ．

（配点率 35 %）

（下 書 き 用 紙）

$\boxed{2}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n}a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) 正の整数 k, ℓ に対して

$$\frac{k}{k+\ell-1}a_{k+1}a_\ell + \frac{\ell}{k+\ell-1}a_k a_{\ell+1} = a_k a_\ell$$

が成り立つことを示せ.

(2) 正の整数 m に対して

$$\sum_{k=1}^{m} a_k a_{m-k+1} = 1$$

が成り立つことを示せ.

（配点率 35 %）

（下 書 き 用 紙）

$\boxed{3}$　座標平面において，$y=x^2-1$ で表される放物線を C とする．C 上の点 P における C の接線を ℓ とする．ただし，点 P は y 軸上にはないものとする．O を原点とし，放物線 C と線分 OP および y 軸で囲まれた図形の面積を S，放物線 C と接線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を T とする．$S-T$ の最大値を求めよ．

（配点率 30 %）