

入学試験過去問題
数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2023年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

a, b を実数とする. θ についての方程式

$$\cos 2\theta = a \sin \theta + b$$

が実数解をもつような点 (a, b) の存在範囲を座標平面上に図示せよ.

第 2 問

正の実数 a, x に対して,

$$y = (\log_{\frac{1}{2}} x)^3 + a(\log_{\sqrt{2}} x)(\log_4 x^3)$$

とする.

- (1) $t = \log_2 x$ とするとき, y を a, t を用いて表せ.
- (2) x が $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$ の範囲を動くとき, y の最大値 M を a を用いて表せ.

第 3 問

平面上の 3 点 O, A, B が

$$|2\vec{OA} + \vec{OB}| = |\vec{OA} + 2\vec{OB}| = 1 \quad \text{かつ} \quad (2\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OA} + \vec{OB}) = \frac{1}{3}$$

をみたすとする.

(1) $(2\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OA} + 2\vec{OB})$ を求めよ.

(2) 平面上の点 P が

$$|\vec{OP} - (\vec{OA} + \vec{OB})| \leq \frac{1}{3} \quad \text{かつ} \quad \vec{OP} \cdot (2\vec{OA} + \vec{OB}) \leq \frac{1}{3}$$

をみたすように動くとき, $|\vec{OP}|$ の最大値と最小値を求めよ.