入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

大阪大学（文系）

対象年度： 2023年

試験時間： 90分

問題数： 3問

（下 書 き 用 紙）

（下 書 き 用 紙）

$\boxed{1}$ $a,\,b$ を実数とする．θ についての方程式

$$\cos 2\theta = a\sin\theta + b$$

が実数解をもつような点 $(a,\ b)$ の存在範囲を座標平面上に図示せよ．

（配点率 30 %）

（下 書 き 用 紙）

$\boxed{2}$　正の実数 a, x に対して，

$$y = \left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^3 + a\left(\log_{\sqrt{2}} x\right)\left(\log_4 x^3\right)$$

とする．

(1)　$t = \log_2 x$ とするとき，y を a, t を用いて表せ．

(2)　x が $\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 8$ の範囲を動くとき，y の最大値 M を a を用いて表せ．

（配点率 35 %）

（下 書 き 用 紙）

$\boxed{3}$ 平面上の 3 点 O, A, B が

$$\left|2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=1 \quad \text{かつ} \quad (2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})=\frac{1}{3}$$

をみたすとする.

(1) $(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}})$ を求めよ.

(2) 平面上の点 P が

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\right| \leqq \frac{1}{3} \quad \text{かつ} \quad \overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}) \leqq \frac{1}{3}$$

をみたすように動くとき, $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|$ の最大値と最小値を求めよ.

（配点率 35 %）

（下 書 き 用 紙）