

入学試験過去問題
数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2022年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

三角形 ABC において、辺 AB を 2 : 1 に内分する点を M、辺 AC を 1 : 2 に内分する点を N とする。また、線分 BN と線分 CM の交点を P とする。

- (1) \overrightarrow{AP} を、 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。
- (2) 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とするとき、線分 AP の長さを、 a, b, c を用いて表せ。

第 2 問

n を 2 以上の自然数とし, 1 個のさいころを n 回投げて出る目の数を順に X_1, X_2, \dots, X_n とする. X_1, X_2, \dots, X_n の最小公倍数を L_n , 最大公約数を G_n とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $L_2 = 5$ となる確率および $G_2 = 5$ となる確率を求めよ.
- (2) L_n が素数でない確率を求めよ.
- (3) G_n が素数でない確率を求めよ.

第 3 問

以下の問いに答えよ.

- (1) 実数 α, β に対し,

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = \frac{(\alpha - \beta)^3}{6}$$

が成り立つことを示せ.

- (2) a, b を $b > a^2$ を満たす定数とし, 座標平面上に点 $A(a, b)$ をとる. さらに, 点 A を通り, 傾きが k の直線を l とし, 直線 l と放物線 $y = x^2$ で囲まれた部分の面積を $S(k)$ とする. k が実数全体を動くとき, $S(k)$ の最小値を求めよ.