

入学試験過去問題
数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2021年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

a を実数とする. C を放物線 $y = x^2$ とする.

- (1) 点 $A(a, -1)$ を通るような C の接線は, ちょうど 2 本存在することを示せ.
- (2) 点 $A(a, -1)$ から C に 2 本の接線を引き, その接点を P, Q とする. 直線 PQ の方程式は $y = 2ax + 1$ であることを示せ.
- (3) 点 $A(a, -1)$ と直線 $y = 2ax + 1$ の距離を L とする. a が実数全体を動くとき, L の最小値とそのときの a の値を求めよ.

第 2 問

空間内に、同一平面上にない 4 点 O, A, B, C がある. s, t を $0 < s < 1, 0 < t < 1$ をみたす実数とする. 線分 OA を $1:1$ に内分する点を A_0 , 線分 OB を $1:2$ に内分する点を B_0 , 線分 AC を $s:(1-s)$ に内分する点を P , 線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする. さらに 4 点 A_0, B_0, P, Q が同一平面上にあるとする.

(1) t を s を用いて表せ.

(2) $|\vec{OA}| = 1, |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 2, \angle AOB = 120^\circ, \angle BOC = 90^\circ, \angle COA = 60^\circ,$
 $\angle POQ = 90^\circ$ であるとき, s の値を求めよ.

第 3 問

整数 a, b, c に関する次の条件 (*) を考える.

$$\int_a^c (x^2 + bx) dx = \int_b^c (x^2 + ax) dx \quad \dots\dots (*)$$

- (1) 整数 a, b, c が (*) および $a \neq b$ をみたすとき, c^2 を a, b を用いて表せ.
- (2) $c = 3$ のとき, (*) および $a < b$ をみたす整数の組 (a, b) をすべて求めよ.
- (3) 整数 a, b, c が (*) および $a \neq b$ をみたすとき, c は 3 の倍数であることを示せ.