

入学試験過去問題

数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2016 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

次の問いに答えよ.

- (1) a を正の実数とし, k を 1 以上の実数とする. x についての 2 次方程式

$$x^2 - kax + a - k = 0$$

は, 不等式

$$-\frac{1}{a} < s \leq 1$$

をみたすような実数解 s をもつことを示せ.

- (2) a を 3 以上の整数とする. $n^2 + a$ が $an + 1$ で割り切れるような 2 以上のすべての整数 n を a を用いて表せ.

第 2 問

曲線 $C: y = \left| \frac{1}{2}x^2 - 6 \right| - 2x$ を考える.

- (1) C と直線 $L: y = -x + t$ が異なる 4 点で交わるような t の値の範囲を求めよ.
- (2) C と L が異なる 4 点で交わり、その交点を x 座標が小さいものから順に P_1, P_2, P_3, P_4 とするとき,

$$\frac{|\overrightarrow{P_1P_2}| + |\overrightarrow{P_3P_4}|}{|\overrightarrow{P_2P_3}|} = 4$$

となるような t の値を求めよ.

- (3) t が (2) の値をとるとき, C と線分 P_2P_3 で囲まれる図形の面積を求めよ.

第 3 問

1 以上 6 以下の 2 つの整数 a, b に対し, 関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次の条件 (ア), (イ), (ウ) で定める.

(ア) $f_1(x) = \sin(\pi x)$

(イ) $f_{2n}(x) = f_{2n-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - x\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(ウ) $f_{2n+1}(x) = f_{2n}(-x) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

以下の問いに答えよ.

- (1) $a = 2, b = 3$ のとき, $f_5(0)$ を求めよ.
- (2) 1 個のさいころを 2 回投げて, 1 回目に出る目を a , 2 回目に出る目を b とするとき, $f_6(0) = 0$ となる確率を求めよ.