

入学試験過去問題

数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2015 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

実数 x, y が $|x| \leq 1$ と $|y| \leq 1$ を満たすとき、不等式

$$0 \leq x^2 + y^2 - 2x^2y^2 - 2xy\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} \leq 1$$

が成り立つことを示せ.

第 2 問

直線 $\ell: y = kx + m$ ($k > 0$) が円 $C_1: x^2 + (y - 1)^2 = 1$ と放物線 $C_2: y = -\frac{1}{2}x^2$ の両方に接している。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) k と m を求めよ。
- (2) 直線 ℓ と放物線 C_2 および y 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

第 3 問

平面上に長さ 2 の線分 AB を直径とする円 C がある. 2 点 A, B を除く C 上の点 P に対し, $AP = AQ$ となるように線分 AB 上の点 Q をとる. また, 直線 PQ と円 C の交点のうち, P でない方を R とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $\triangle AQR$ の面積を $\theta = \angle PAB$ を用いて表せ.
- (2) 点 P を動かして $\triangle AQR$ の面積が最大になるとき, $\overrightarrow{AR}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AP}$ を用いて表せ.