

入学試験過去問題

数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2009 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

曲線 $C: y = x^3 - kx$ (k は実数) を考える. C 上に点 $A(a, a^3 - ka)$ ($a \neq 0$) をとる. 次の問いに答えよ.

- (1) 点 A における C の接線を ℓ_1 とする. ℓ_1 と C の A 以外の交点を B とする. B の x 座標を求めよ.
- (2) 点 B における C の接線を ℓ_2 とする. ℓ_1 と ℓ_2 が直交するとき, a と k がみたす条件を求めよ.
- (3) ℓ_1 と ℓ_2 が直交する a が存在するような k の値の範囲を求めよ.

第 2 問

平面上の三角形 OAB を考え,

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}, t = \frac{|\vec{a}|}{2|\vec{b}|}$$

とおく. 辺 OA を 1:2 に内分する点を C とし, $\overrightarrow{OD} = t\vec{b}$ となる点を D とする. $\overrightarrow{AD}$ と $\overrightarrow{OB}$ が直交し, $\overrightarrow{BC}$ と $\overrightarrow{OA}$ が直交するとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\angle AOB$ を求めよ.
- (2) t の値を求めよ.
- (3) AD と BC の交点を P とするとき, $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ.

第 3 問

次のような、いびつなさいころを考える．1, 2, 3 の目が出る確率はそれぞれ $\frac{1}{6}$ ，4 の目が出る確率は a ，5, 6 の目が出る確率はそれぞれ $\frac{1}{4} - \frac{a}{2}$ である．ただし， $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ とする．

このさいころを振ったとき，平面上の (x, y) にある点 P は，1, 2, 3 のいずれかの目が出ると $(x+1, y)$ に，4 の目が出ると $(x, y+1)$ に，5, 6 のいずれかの目が出ると $(x-1, y-1)$ に移動する．

原点 $(0, 0)$ にあった点 P が， k 回さいころを振ったときに $(2, 1)$ にある確率を p_k とする．

- (1) p_1, p_2, p_3 を求めよ．
- (2) p_6 を求めよ．
- (3) p_6 が最大になるときの a の値を求めよ．