

入学試験過去問題

数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2008 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

点 O で交わる 2 つの半直線 OX , OY があって $\angle XOY = 60^\circ$ とする. 2 点 A , B が OX 上に O , A , B の順に, また, 2 点 C , D が OY 上に O , C , D の順に並んでいるとして, 線分 AC の中点を M , 線分 BD の中点を N とする. 線分 AB の長さを s , 線分 CD の長さを t とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 線分 MN の長さを s と t を用いて表せ.
- (2) 点 A , B と C , D が, $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき, 線分 MN の長さの最大値を求めよ.

第 2 問

実数 a, b を係数に含む 3 次式 $P(x) = x^3 + 3ax^2 + 3ax + b$ を考える. $P(x)$ の複素数の範囲における因数分解を

$$P(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

とする. α, β, γ の間に $\alpha + \gamma = 2\beta$ という関係があるとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) b を a の式で表せ.
- (2) α, β, γ がすべて実数であるとする. このとき a のとりうる値の範囲を求めよ.
- (3) (1) で求めた a の式を $f(a)$ とする. a が (2) の範囲を動くとき, 関数 $b = f(a)$ のグラフをかけ.

第 3 問

a を正の定数とし,

$$f(x) = ||x - 3a| - a|, \quad g(x) = -x^2 + 6ax - 5a^2 + a$$

を考える.

- (1) 方程式 $f(x) = a$ の解を求めよ.
- (2) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積 S を求めよ.