

入学試験過去問題

数 学

大阪大学（文系）

対象年度：2007 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

xy 平面において、放物線 $y = x^2$ を C とする．また、実数 k を与えたとき、 $y = x + k$ で定まる直線を l とする．

- (1) $-2 < x < 2$ の範囲で C と l が 2 点で交わる時、 k の満たす条件を求めよ．
- (2) k が (1) の条件を満たすとき、 C と l および 2 直線 $x = -2$, $x = 2$ で囲まれた 3 つの部分の面積の和 S を k の式で表せ．

第 2 問

n を 2 以上の自然数とする. 1 つのさいころを n 回投げ, 第 1 回目から第 n 回目までに
出た目の最大公約数を G とする.

- (1) $G = 3$ となる確率を n の式で表せ.
- (2) G の期待値を n の式で表せ.

第 3 問

xy 平面において、原点 O を通る半径 r ($r > 0$) の円を C とし、その中心を A とする。 O を除く C 上の点 P に対し、次の 2 つの条件 (a), (b) で定まる点 Q を考える。

(a) $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ の向きが同じ。

(b) $|\overrightarrow{OP}| |\overrightarrow{OQ}| = 1$ 。

以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P が O を除く C 上を動くとき、点 Q は $\overrightarrow{OA}$ に直交する直線上を動くことを示せ。
- (2) (1) の直線を l とする。 l が C と 2 点で交わる時、 r のとりうる値の範囲を求めよ。