

2003 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

(文系)

〔注 意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計 6 か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文が脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 3 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算，推論等を含む）は，指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子，および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1 平面ベクトル $\vec{p} = (p_1, p_2)$, $\vec{q} = (q_1, q_2)$ に対して $\{\vec{p}, \vec{q}\} = p_1q_2 - p_2q_1$ と定める.

- (1) 平面ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ に対して $\{\vec{a}, \vec{b}\} = \ell$, $\{\vec{b}, \vec{c}\} = m$, $\{\vec{c}, \vec{a}\} = n$ とするとき

$$\ell \vec{c} + m \vec{a} + n \vec{b} = \vec{0}$$

が成り立つことを示せ.

- (2) (1) で ℓ, m, n がすべて正であるとする. このとき任意の平面ベクトル $\vec{d}$ は 0 以上の実数 r, s, t を用いて

$$\vec{d} = r \vec{a} + s \vec{b} + t \vec{c}$$

と表すことができることを示せ.

(配点率 30 %)

(下書き用紙)

2 自然数 m に対して, m の相異なる素因数をすべてかけあわせたものを $f(m)$ で表すことにする. たとえば $f(72) = 6$ である. ただし $f(1) = 1$ とする.

(1) m, n を自然数, d を m, n の最大公約数とするとき

$$f(d)f(mn) = f(m)f(n)$$

となることを示せ.

(2) 2つの箱 A, B のそれぞれに 1 番から 10 番までの番号札が 1 枚ずつ 10 枚入っている. 箱 A, B から 1 枚ずつ札を取り出す. 箱 A から取り出した札の番号を m , 箱 B から取り出した札の番号を n とするとき

$$f(mn) = f(m)f(n)$$

となる確率 p_1 と

$$2f(mn) = f(m)f(n)$$

となる確率 p_2 を求めよ.

(配点率 35 %)

(下書き用紙)

- 3 放物線 $C : y = -x^2 + 2x + 1$ と x 軸の共有点を $A(a, 0)$, $B(b, 0)$ とし, C と直線 $y = mx$ の共有点を $P(\alpha, m\alpha)$, $Q(\beta, m\beta)$, 原点を O とする. ただし $a < b$, $m \neq 0$, $\alpha < \beta$ とする. 線分 OP , OA と C で囲まれた図形の面積と線分 OQ , OB と C で囲まれた図形の面積が等しいとき m の値を求めよ.

(配点率 35 %)

