

2002 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

(文系)

〔注 意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計 6 か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文が脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 3 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算，推論等を含む）は，指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子，および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1

 次の問いに答えよ.

(1) 実数の定数 p に対して, 3 次方程式 $x^3 + x - p = 0$ の実数解の個数は 1 個であることを示せ.

(2) p, q は定数で $p \geq 2, q \geq 2$ とする. 2 つの 3 次方程式

$$x^3 + x - p = 0, \quad x^3 + x - q = 0$$

の実数解をそれぞれ α, β とするとき,

$$|\alpha - \beta| \leq \frac{1}{4}|p - q|$$

が成立することを示せ.

(配点率 30 %)

(下書き用紙)

2

平面上に3つの放物線

$$C_1 : y = -x(x-1), \quad C_2 : y = x(x-1), \quad C : y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$$

を考える．いま実数 t に対して， C は C_1 上の点 $(t, -t^2 + t)$ を通り，その点で C_1 と共通の接線をもつとする．

- (1) a, b を t を用いて表せ．
- (2) 2つの放物線 C, C_2 で囲まれた部分の面積 S を t を用いて表せ．
- (3) t を動かすとき， S の最小値を求めよ．

(配点率 35 %)

(下書き用紙)

- 3 平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 K_1 を考える. K_1 の直径を 1 つとり, その両端を A, B とする. 円 K_1 の周上の任意の点 Q に対し, 線分 QA を $1:2$ の比に内分する点を R とする. いま k を正の定数として,

$$\vec{p} = \vec{AQ} + k\vec{BR}$$

とおく. ただし, $Q = A$ のときは $R = A$ とする. また, $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OQ} = \vec{q}$ とおく.

- (1) $\vec{BR}$ を $\vec{a}$, $\vec{q}$ を用いて表せ.
- (2) 点 Q が円 K_1 の周上を動くとき, $\vec{OP} = \vec{p}$ となるような点 P がえがく図形を K_2 とする. K_2 は円であることを示し, 中心の位置ベクトルと半径を求めよ.
- (3) 円 K_2 の内部に点 A が含まれるような k の値の範囲を求めよ.

(配点率 35 %)

