

2001 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

(文系)

〔注 意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計 6 か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文が脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 3 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算，推論等を含む）は，指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子，および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1 座標平面上の4点 $A(1, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, 8)$, $D(1, 8)$ を頂点とする長方形を R とする. また $0 < t < 4$ に対し, 原点 $O(0, 0)$, 点 $E(4, 0)$, および点 $P(t, 8t - 2t^2)$ の3点を頂点とする三角形を $T(t)$ とする.

- (1) R の内部と $T(t)$ の内部との共通部分の面積 $f(t)$ を求めよ.
- (2) t が $0 < t < 4$ の範囲で動くとき, $f(t)$ を最大にする t の値と, そのときの最大値を求めよ.

(配点率 30 %)

(下書き用紙)

- 2 空間のベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)$ を考える. ただし, どちらも零ベクトルではないとする. $k = 1, 2, 3$ に対し, 複素数

$$z_k = x_k + y_k i \quad (i = \sqrt{-1} \text{は虚数単位})$$

を考え, 複素数 $w_k = u_k + v_k i$ (u_k, v_k は実数) を

$$w_k = (\sqrt{3} + i) z_k$$

で定める. さらに u_k, v_k から定まるベクトル

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

を考える.

- (1) $\vec{x}$ の大きさを r , $\vec{y}$ の大きさを s , $\vec{x}$ と $\vec{y}$ のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とするとき $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ を r, s, θ で表せ.
- (2) $\vec{x}$ と $\vec{y}$ の大きさが等しく, 両者はたがいに垂直であるとする. このとき $\vec{u}$ と $\vec{v}$ も大きさが等しく, たがいに垂直であることを示せ.
- (3) (2) の仮定のもとで, $\vec{x}$ と $\vec{u}$ のなす角を求めよ.

(配点率 35 %)

(下書き用紙)

3 各整数 k に対し，座標平面上の点

$$P_k\left(\frac{k}{500}, 0\right), \quad Q_k\left(\frac{k}{500}, 1\right)$$

をとり，3 点 P_{k-1} , P_k , Q_k を頂点とする三角形 T_k を考える．また，各自然数 n に対し

$$f_n(x) = 2 \times 10^{-nx}$$

とおく．曲線 $y = f_n(x)$ 上の動点 R が，点 $(0, 2)$ から出発して x 座標が大きくなる方向に動くとき，三角形 T_k のうち， R が最初にその内部を通過するものが T_8 となるような n をすべて求めよ．ただし， $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする．

(配点率 35 %)

