

大阪大学（理系） 2026 年 第 4 問

実数 x に対して $f(x) = e^{-x} \cos x$ とする．ただし， e は自然対数の底である．

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき，不等式 $1 - x \leq f(x) \leq 1$ が成り立つことを示せ．

(2) $0 < a \leq \frac{\pi}{2}$ をみたす実数 a に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{(x+a)f(x)}{x^2 + a^2} dx$$

とするとき， $\lim_{a \rightarrow +0} I(a)$ を求めよ．