

大阪大学（文系） 2025 年 第 2 問

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n}a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 正の整数 k, ℓ に対して

$$\frac{k}{k+\ell-1}a_{k+1}a_\ell + \frac{\ell}{k+\ell-1}a_k a_{\ell+1} = a_k a_\ell$$

が成り立つことを示せ.

(2) 正の整数 m に対して

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{m-k+1} = 1$$

が成り立つことを示せ.