

大阪大学（理系） 2021 年 第 5 問

次の問いに答えよ.

- (1) a を実数とする. x についての方程式 $x - \tan x = a$ の実数解のうち, $|x| < \frac{\pi}{2}$ をみたすものがちょうど 1 個あることを示せ.
- (2) 自然数 n に対し, $x - \tan x = n\pi$ かつ $|x| < \frac{\pi}{2}$ をみたす実数 x を x_n とおく. t を $|t| < \frac{\pi}{2}$ をみたす実数とする. このとき, 曲線 $C: y = \sin x$ 上の点 $P(t, \sin t)$ における接線が, 不等式 $x \geq \frac{\pi}{2}$ の表す領域に含まれる点においても曲線 C と接するための必要十分条件は, t が $x_1, x_2, x_3, \dots$ のいずれかと等しいことであることを示せ.