

大阪大学 (理系) 2020 年 第 2 問

1 個のさいころを n 回投げて, k 回目に出た目が 1 の場合は $X_k = 1$, 出た目が 2 の場合は $X_k = -1$, その他の目が出た場合は $X_k = 0$ とする.

$$Y_k = \cos\left(\frac{\pi}{3}X_k\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}X_k\right)$$

とおき, Y_1 から Y_n までの積 $Y_1Y_2Y_3\cdots Y_n$ を Z_n で表す. ただし, i は虚数単位とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) Z_2 が実数でない確率を求めよ.
- (2) $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ がいずれも実数でない確率を求めよ.
- (3) Z_n が実数となる確率を p_n とする. p_n を n を用いて表し, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ.