

座標空間に 6 点

$A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(-1, 0, 0)$, $E(0, -1, 0)$, $F(0, 0, -1)$

を頂点とする正八面体 $ABCDEF$ がある. s, t を $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ を満たす実数とする. 線分 AB , AC をそれぞれ $1-s:s$ に内分する点を P , Q とし, 線分 FD , FE をそれぞれ $1-t:t$ に内分する点を R , S とする.

- (1) 4 点 P , Q , R , S が同一平面上にあることを示せ.
- (2) 線分 PQ の中点を L とし, 線分 RS の中点を M とする. s, t が $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ の範囲を動くとき, 線分 LM の長さの最小値 m を求めよ.
- (3) 正八面体 $ABCDEF$ の 4 点 P , Q , R , S を通る平面による切り口の面積を X とする. 線分 LM の長さが (2) の値 m をとるとき, X を最大とするような s, t の値と, そのときの X の値を求めよ.

