

円上の 5 点 A, B, C, D, E は反時計回りにこの順に並び, 円周を 5 等分している. 5 点 A, B, C, D, E を頂点とする正五角形を R_1 とする. $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{c}$ とおき, $\vec{a}$ の大きさを x とする.

- (1) $\overrightarrow{AC}$ の大きさを y とするとき, $x^2 = y(y - x)$ がなりたつことを示せ.
- (2) $\overrightarrow{BC}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.
- (3) R_1 の対角線の交点として得られる R_1 の内部の 5 つの点を頂点とする正五角形を R_2 とする. R_2 の一辺の長さを x を用いて表せ.
- (4) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, R_n の対角線の交点として得られる R_n の内部の 5 つの点を頂点とする正五角形を R_{n+1} とし, R_n の面積を S_n とする.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{S_1} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} S_k$$

を求めよ.

