

大阪大学（理系） 2011 年 第 1 問

a を自然数とする． O を原点とする座標平面上で行列 $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換を f とする．

(1) $r > 0$ および $0 \leq \theta < 2\pi$ を用いて $A = \begin{pmatrix} r \cos \theta & -r \sin \theta \\ r \sin \theta & r \cos \theta \end{pmatrix}$ と表すとき， r ， $\cos \theta$ ， $\sin \theta$ を a で表せ．

(2) 点 $Q(1, 0)$ に対し，点 Q_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$Q_1 = Q, \quad Q_{n+1} = f(Q_n)$$

で定める． $\triangle OQ_n Q_{n+1}$ の面積 $S(n)$ を a と n を用いて表せ．

(3) f によって点 $(2, 7)$ に移されるもとの点 P の x 座標の小数第一位を四捨五入して得られる近似値が 2 であるという．自然数 a の値を求めよ．またこのとき $S(n) > 10^{10}$ となる最小の n の値を求めよ．ただし $0.3 < \log_{10} 2 < 0.31$ を用いてよい．