

大阪大学（文系） 2011 年 第 3 問

a, b, c を実数とする．ベクトル $\vec{v}_1 = (3, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 2\sqrt{2})$ をとり, $\vec{v}_3 = a\vec{v}_1 + b\vec{v}_2$ とおく．座標平面上のベクトル $\vec{p}$ に対する条件

$$(*) \quad (\vec{v}_1 \cdot \vec{p})\vec{v}_1 + (\vec{v}_2 \cdot \vec{p})\vec{v}_2 + (\vec{v}_3 \cdot \vec{p})\vec{v}_3 = c\vec{p}$$

を考える．ここで $\vec{v}_i \cdot \vec{p}$ ($i = 1, 2, 3$) はベクトル $\vec{v}_i$ とベクトル $\vec{p}$ の内積を表す．このとき以下の問いに答えよ．

- (1) 座標平面上の任意のベクトル $\vec{v} = (x, y)$ が, 実数 s, t を用いて $\vec{v} = s\vec{v}_1 + t\vec{v}_2$ と表されることを, s および t の各々を x, y の式で表すことによって示せ．
- (2) $\vec{p} = \vec{v}_1$ と $\vec{p} = \vec{v}_2$ の両方が条件 (*) をみたすならば, 座標平面上のすべてのベクトル $\vec{v}$ に対して, $\vec{p} = \vec{v}$ が条件 (*) をみたすことを示せ．
- (3) 座標平面上のすべてのベクトル $\vec{v}$ に対して, $\vec{p} = \vec{v}$ が条件 (*) をみたす．このような実数の組 (a, b, c) をすべて求めよ．