

n を 0 以上の整数とする. 立方体 $ABCD-EFGH$ の頂点を, 以下のように移動する 2 つの動点 P, Q を考える. 時刻 0 には P は頂点 A に位置し, Q は頂点 C に位置している. 時刻 n において, P と Q が異なる頂点に位置していれば, 時刻 $n+1$ には, P は時刻 n に位置していた頂点から, それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移り, Q も時刻 n に位置していた頂点から, それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移る. 一方, 時刻 n において, P と Q が同じ頂点に位置していれば, 時刻 $n+1$ には P も Q も時刻 n の位置からは移動しない.

- (1) 時刻 1 において, P と Q が異なる頂点に位置するとき, P と Q はどの頂点にあるか. 可能な組み合わせをすべて挙げよ.
- (2) 時刻 n において, P と Q が異なる頂点に位置する確率 r_n を求めよ.
- (3) 時刻 n において, P と Q がともに上面 $ABCD$ の異なる頂点に位置するか, またはともに下面 $EFGH$ の異なる頂点に位置するかのいずれかである確率を p_n とする. また, 時刻 n において, P と Q のいずれか一方が上面 $ABCD$, 他方が下面 $EFGH$ にある確率を q_n とする. p_{n+1} を, p_n と q_n を用いて表せ.
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_n}{p_n}$ を求めよ.

