

大阪大学（理系） 2009 年 第 5 問

$n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, $y = \log(nx)$ と $\left(x - \frac{1}{n}\right)^2 + y^2 = 1$ の交点のうち第 1 象限にある点を (p_n, q_n) とする.

(1) 不等式 $1 - q_n^2 \leq \frac{(e-1)^2}{n^2}$ を示すことにより, $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n = 1$ を証明せよ. ただし, e は自然対数の底である.

(2) $S_n = \int_{\frac{1}{n}}^{p_n} \log(nx) dx$ を p_n で表せ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} nS_n$ を求めよ.