

大阪大学（理系） 2009 年 第 1 問

放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $A_1(a_1, a_1^2), A_2(a_2, a_2^2), A_3(a_3, a_3^2), \dots$ を, A_{k+2} ($k \geq 1$) における C の接線が直線 $A_k A_{k+1}$ に平行であるようにとる. ただし, $a_1 < a_2$ とする. 三角形 $A_k A_{k+1} A_{k+2}$ の面積を T_k とし, 直線 $A_1 A_2$ と C で囲まれた部分の面積を S とする. このとき次の問いに答えよ.

(1) $\frac{T_{k+1}}{T_k}$ を求めよ.

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n T_k$ を S を用いて表せ.