

大阪大学（理系） 2008 年 第 3 問

N を 2 以上の自然数とする.

- (1) 関数 $f(x) = (N - x) \log x$ を $1 \leq x \leq N$ の範囲で考える. このとき, 曲線 $y = f(x)$ は上に凸であり, 関数 $f(x)$ は極大値を 1 つだけとる. このことを示せ.
- (2) 自然数の列 $a_1, a_2, \dots, a_N$ を

$$a_n = n^{N-n} \quad (n = 1, 2, \dots, N)$$

で定める. $a_1, a_2, \dots, a_N$ のうちで最大の値を M とし, $M = a_n$ となる n の個数を k とする. このとき $k \leq 2$ であることを示せ.

- (3) (2) で $k = 2$ となるのは, N が 2 のときだけであることを示せ.