

大阪大学（理系） 2007 年 第 5 問

n を 2 以上の自然数とする．4 個の行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を重複を許して n 個並べたものを

$$M_1, M_2, \dots, M_n$$

とする．

- (1) 積 $M_1 M_2 \cdots M_n$ が定義できる場合は何通りあるか．その数を n の式で表せ．
- (2) 積 $M_1 M_2 \cdots M_n$ が定義できて，その積が零行列でない 2×3 行列となる場合は何通りあるか．その数を n の式で表せ．
- (3) 積 $M_1 M_2 \cdots M_n$ が定義できて，その積が零行列とならない場合は何通りあるか．その数を n の式で表せ．