

大阪大学（理系） 2002 年 第 3 問

α を $|\alpha| = 1$ であるような複素数とし、複素数の列 $\{z_n\}$ を

$$z_1 = 1, \quad z_2 = \frac{\alpha^4}{2}, \quad \frac{z_n}{z_{n-1}} = \frac{\alpha^2}{4} \frac{\overline{z_{n-2}}}{\overline{z_{n-1}}} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

で定める．ただし、 $\overline{z_n}$ は複素数 z_n の共役な複素数とする．

(1) 各 n に対し、 z_n を求めよ．

(2) z_n の実部と虚部をそれぞれ x_n , y_n とし、 $\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ とおくとき、無限級数の和

$$\sum_{k=1}^{\infty} x_k, \quad \sum_{k=1}^{\infty} y_k$$

をそれぞれ求めよ．